I'm not a bot

# Matriz inversa exercícios

Questão 1Ver solução completaQuestão 2Ver solução completaQuestão 3Ver solução completaQuestão 4Ver solução completaQuestão 5Ver solução completaQuestão 6Ver solução completaQuestão 7Ver solução completaQuestão 8Ver solução completaQuestão 9Ver solução completaQuestão 10Ver solução completaQuestão 11Ver solução completaQuestão 12Ver solução completaQuestão 13Ver solução completaQuestão 14Ver solução completaQuestão 15Ver solução completaQuestão 16Ver solução completaQuestão 17Ver solução completaQuestão 18Ver solução completaQuestão 19Ver solução completaQuestão 20Ver solução completaQuestão 21Ver solução completaQuestão 22Ver solução completaQuestão 23Ver solução completaQuestão 24Ver solução completaQuestão 25Ver solução completaQuestão 26Ver solução completaQuestão 27Ver solução completaQuestão 28Ver solução completaQuestão 29Ver solução completaQuestão 30Ver solução completaQuestão 31Ver solução completaQuestão 32Ver solução completaQuestão 33Ver solução completaQuestão 34Ver solução completaQuestão 35Ver solução completaQuestão 36Ver solução completaQuestão 37Ver solução completaQuestão 38Ver solução completaQuestão 39Ver solução completaQuestão 40Ver solução completaQuestão 41Ver solução completaQuestão 42Ver solução completaQuestão 43Ver solução completaQuestão 44Ver solução completaQuestão 45Ver solução completaQuestão 46Ver solução completaQuestão 47Ver solução completaQuestão 48Ver solução completaQuestão 49Ver solução completaQuestão 50Ver solução completaQuestão 51Ver solução completaQuestão 52Ver solução completaQuestão 53Ver solução completaQuestão 54Ver solução completaQuestão 55Ver solução completaQuestão 56Ver solução completaQuestão 57Ver solução completaQuestão 58Ver solução completaQuestão 59Ver solução completaQuestão 60Ver solução completaQuestão 61Ver solução completaQuestão 62Ver solução completaQuestão 63Ver solução completaQuestão 64Ver solução completaQuestão 65Ver solução completa Lista de 10 exercícios de Matemática com gabarito sobre o tema Matriz Inversa com questões de Vestibulares. Trocar de Disciplina Matemática História Geografia e Atualidades Sociologia e Filosofia Biologia Física Química Linguagens 01. (UESB) Sabe-se que existem muitas técnicas para codificar e decodificar mensagens, dentre elas as que fazem uso das matrizes. Admitindo-se que na transmissão da informação de certo valor, se utilize a matriz A = [ 4 7 1 2 ] matriz codificadora e que a decodificação seja feita pelas matrizes A e B, por meio da relação A−1(AB), em que AB= [ 50 111 9 20 ] , é correto afirmar que o termo de maior valor da matriz B é 02. (FAMERP) A matriz quadrada M= [ - 1 0 0 2 ] representa uma mensagem codificada. A mensagem decodificada é a matriz quadrada M–1 [ x z y w ] , tal que M–1 é a inversa da matriz M. Sendo assim, o valor de x + y + z + w é 03. (ESPM) Duas matrizes quadradas de mesma ordem são inversas se o seu produto é igual à matriz identidade daquela ordem. Sendo A = [ 2 1 0 -1 ] e B = [ x y z w ] matrizes inversas, o valor de x + y + z + w é: 04. (EsPCEx) Considere as matrizes A = [ 3 5 1 , x ] e B = [ x y + 4 y 3 ] Se x e y são valores para os quais B é a transposta da Inversa da matriz A, então o valor de x+y é 05. (UECE) Se x e y são números reais distintos e não nulos, a matriz ( x 1 y 1 ) admite inversa X-1. A soma dos elementos de X-1 é 06. (ESA) Sabendo-se que uma matriz quadrada é invertível se, e somente se, seu determinante é não-nulo e que, se A e B são duas matrizes quadradas de mesma ordem, então det (A.B) = (det A).(det B), pode-se concluir que, sob essas condições se A é invertível, então A.B é invertível. se B não é invertível, então A é invertível. se A.B é invertível, então A é invertível e B não é invertível. se A.B não é invertível, então A ou B não é invertível. se A.B é invertível, então B é invertível e A não é invertível 07. (Albert Einstein) Uma matriz quadrada se diz ortogonal se sua inversa é igual à sua transposta. Dada a matriz A = ( x - 3 - 5 5 x - 3 ) em que x ∈ C* a soma dos valores de x que a tornam uma matriz ortogonal é igual a 08. (URCA) Sejam A = ( 1 1 2 1 2 5 1 3 7 ) uma matriz e A−1=(bij)3×3 a inversa de A. O valor de b11+ b22+ b33 é: 09. (UESB) Considerando-se que uma matriz quadrada M é inversível, se, e somente se, det M ≠ 0, pode-se afirmar que a quantidade de matrizes da forma [ x 3 1 x 1 x ] com x ∈ R, que não são inversíveis, é igual a 10. (ITA) Sejam A e B matrizes quadradas n×n tais que A+B = A·B e In a matriz identidade n × n. Das afirmações: I. In − B é inversível; II. In − A é inversível; III. A · B = B · A. é (são) verdadeira(s) Somente I. Somente II. Somente III. Somente I e II. Todas. 01.B 02.E 03.C 04.C 05.C 06.D 07.C 08.B 09.B 10.E A matriz inversa de uma matriz 2×2 é encontrada dividindo cada elemento da matriz adjunta pelo determinante da matriz original. Suponha que temos a seguinte matriz 2×2: $$ A = \begin{pmatrix}a & b \\c & d\end{pmatrix}$$ Para encontrar sua matriz inversa, seguimos os seguintes passos: Passo 1: Calcula o determinante da matriz (denotado como det(A) ou |A|): $latex \det(A) = ad – bc $ Passo 2: Verifique se o determinante é diferente de zero (ou seja, det(A) ≠ 0). Se o determinante for zero, a matriz A é singular e não tem inversa. Se o determinante for diferente de zero, passamos para o próximo passo. Passo 3: Criamos a matriz adjunta trocando os elementos $latex a$ e $latex d$, e alterando os sinais dos elementos $latex b$ e $latex c$: $$ \operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix}d & -b \\-c & a\end{pmatrix}$$ Passo 4: Divida cada elemento da matriz adjunta pelo determinante: $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A)$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{d}{\det(A)} & -\frac{b}{\det(A)} \\-\frac{c}{\det(A)} & \frac{a}{\det(A)}\end{pmatrix}$$ O resultado da matriz inversa da matriz A, denotada como $latex A^{-1}$. freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3" }); freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3_d1" }); Encontre a matriz inversa da matriz 2×2 dada: $$ A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} $$ Passo 1: Calcule o determinante da matriz (det(A) ou |A|): $latex \det(A) = ad – bc $ $latex = (3)(5) – (4)(2) $ $latex = 15 – 8 = 7$ Passo 2: Verifique se o determinante é diferente de zero (ou seja,, $latex \det(A) eq 0$). $latex \det(A) = 7 eq 0$ Como o determinante é diferente de zero, passamos para o próximo passo. Passo 3: Crie a matriz adjunta: $$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix}5 & -4 \\-2 & 3\end{pmatrix}$$ Passo 4: Divida cada elemento da matriz adjunta pelo determinante: $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A)$$ $$A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix}5 & -4 \\-2 & 3\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{5}{7} & -\frac{4}{7} \\-\frac{2}{7} & \frac{3}{7}\end{pmatrix}$$ const alltoggles = document.getElementsByClassName("wp-block-ub-content-toggle-accordion-title-wrap"); const toggle1 = alltoggles[0]; toggle1.addEventListener('click', runToggle1); function runToggle1() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3" }); toggle1.removeEventListener('click', runToggle1); } Encontre a matriz inversa da seguinte matriz: $$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$ Começamos calculando o determinante: $latex \det(A) = (7)(4) – (2)(3)$ $latex = 28 – 6 = 22$ Como o determinante é diferente de zero, prosseguimos para encontrar a matriz adjunta: $$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix}4 & -2 \\-3 & 7\end{pmatrix}$$ Dividimos cada elemento da matriz adjunta pelo determinante: $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A)$$ $$A^{-1} = \frac{1}{22} \begin{pmatrix}4 & -2 \\-3 & 7\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{4}{22} & -\frac{2}{22} \\ -\frac{3}{22} & \frac{7}{22}\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{2}{11} & -\frac{1}{11} \\ -\frac{3}{22} & \frac{7}{22}\end{pmatrix}$$ const toggle2 = alltoggles[1]; toggle2.addEventListener('click', runToggle2); function runToggle2() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_2" }); toggle2.removeEventListener('click', runToggle2);} Qual é a matriz inversa da matriz A? $$A = \begin{pmatrix}6 & -3 \\4 & -2\end{pmatrix}$$ Calculando o determinante, temos: $latex \det(A) = (6)(-2) – (-3)(4)$ $latex = -12 + 12 = 0$ Como o determinante é 0, a matriz A não tem inversa. const toggle3 = alltoggles[2]; toggle3.addEventListener('click', runToggle3); function runToggle3() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_3" }); toggle3.removeEventListener('click', runToggle3);} Se tivermos a seguinte matriz M, encontre sua matriz inversa: $$M = \begin{pmatrix}5 & 1 \\2 & 3\end{pmatrix}$$ Começamos calculando o determinante da matriz: $latex \det(M) = (5)(3) – (1)(2)$ $latex = 15 – 2 = 13$ Agora, encontramos a matriz adjunta: $$\operatorname{adj}(M) = \begin{pmatrix}3 & -1 \\-2 & 5\end{pmatrix}$$ Dividindo cada elemento da matriz adjunta pelo determinante, temos: $$M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \cdot \operatorname{adj}(M)$$ $$M^{-1} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix}3 & -1 \\-2 & 5\end{pmatrix}$$ $$M^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{3}{13} & -\frac{1}{13} \\-\frac{2}{13} & \frac{5}{13}\end{pmatrix}$$ const toggle4 = alltoggles[3]; toggle4.addEventListener('click', runToggle4); function runToggle4() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_4" }); toggle4.removeEventListener('click', runToggle4);} Determine a matriz inversa da matriz B: $$B = \begin{pmatrix}8 & 5 \\-6 & -3\end{pmatrix}$$ O determinante da matriz B é: $latex \det(B) = (8)(-3) – (5)(-6)$ $latex = -24 + 30 = 6$ A matriz adjunta de B é: $$\operatorname{adj}(B) = \begin{pmatrix}-3 & -5 \\6 & 8\end{pmatrix}$$ Ao dividir cada elemento da matriz adjunta de B pelo determinante, temos: $$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \cdot \operatorname{adj}(B)$$ $$B^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix}-3 & -5 \\6 & 8\end{pmatrix}$$ $$B^{-1} = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{5}{6} \\1 & \frac{4}{3}\end{pmatrix}$$ const toggle5 = alltoggles[4]; toggle5.addEventListener('click', runToggle5); function runToggle5() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_5" }); toggle5.removeEventListener('click', runToggle5);} Qual é a inversa da matriz dada? $$A = \begin{pmatrix}1 & 3 \\4 & 2\end{pmatrix}$$ Começamos calculando o determinante da matriz A: $latex \det(A) = (1)(2) – (3)(4)$ $latex = 2 – 12 = -10$ A matriz adjunta de A é: $$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix}2 & -3 \\-4 & 1\end{pmatrix}$$ Ao dividir cada elemento da matriz adjunta pelo determinante, temos: $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A)$$ $$A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{pmatrix}2 & -3 \\-4 & 1\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix}-\frac{1}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{10}\end{pmatrix}$$ const toggle6 = alltoggles[5]; toggle6.addEventListener('click', runToggle6); function runToggle6() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_6" }); toggle6.removeEventListener('click', runToggle6);} Encontre a matriz inversa da matriz C: $$C = \begin{pmatrix}3 & -7 \\-1 & 2\end{pmatrix}$$ Calculamos o determinante da matriz C: $latex \det(C) = (3)(2) – (-7)(-1) $ $latex = 6 – 7 = -1$ A matriz adjunta de C é: $$\operatorname{adj}(C) = \begin{pmatrix}2 & 7 \\1 & 3\end{pmatrix}$$ Quando dividimos cada elemento da matriz adjunta de C pelo determinante, temos: $$C^{-1} = \frac{1}{\det(C)} \cdot \operatorname{adj}(C)$$ $$C^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix}2 & 7 \\1 & 3\end{pmatrix}$$ $$C^{-1} = \begin{pmatrix}-2 & -7 \\-1 & -3\end{pmatrix}$$ const toggle7 = alltoggles[6]; toggle7.addEventListener('click', runToggle7); function runToggle7() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_7" }); toggle7.removeEventListener('click', runToggle7);} Se tivermos a seguinte matriz, qual é sua matriz inversa? $$A = \begin{pmatrix}-1 & 4 \\5 & -2\end{pmatrix}$$ Encontramos o determinante da matriz: $latex \det(A) = (-1)(-2) – (4)(5)$ $latex = 2 – 20 = -18$ Agora, encontramos a matriz adjunta de A: $$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix}-2 & -4 \\-5 & -1\end{pmatrix}$$ Finalmente, dividimos cada elemento da matriz adjunta pelo determinante: $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A)$$ $$A^{-1} = \frac{1}{-18} \begin{pmatrix}-2 & -4 \\-5 & -1\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{1}{9} & \frac{2}{9} \\ \frac{5}{18} & \frac{1}{18}\end{pmatrix}$$ const toggle8 = alltoggles[7]; toggle8.addEventListener('click', runToggle8); function runToggle8() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_8" }); toggle8.removeEventListener('click', runToggle8);} Encontre a matriz inversa da seguinte matriz: $$ A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{5}{4} \\ \frac{7}{4} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} $$ Começamos encontrando o determinante da matriz: $$\det(A) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) – \left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{7}{4}\right)$$ $$ = -\frac{3}{4} – \frac{35}{16} = -\frac{47}{16}$$ Agora, encontramos a matriz adjunta: $$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{5}{4} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$$ $$ A^{-1} = -\frac{16}{47} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{5}{4} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} $$ $$ A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{48}{94} & \frac{80}{94} \\ \frac{112}{94} & \frac{16}{94} \end{pmatrix} $$ $$ A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{24}{47} & \frac{40}{47} \\ \frac{56}{47} & \frac{8}{47} \end{pmatrix} $$ const toggle9 = alltoggles[8]; toggle9.addEventListener('click', runToggle9); function runToggle9() { freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_9" }); toggle9.removeEventListener('click', runToggle9);} Dada a seguinte matriz, encontre sua matriz inversa: $$M = \begin{pmatrix}\sqrt{2} & -\sqrt{3} \\2\sqrt{3} & -\sqrt{6}\end{pmatrix}$$ Calculamos o determinante: $$\det(A) = (\sqrt{2})(-\sqrt{6}) – (-\sqrt{3})(2\sqrt{3})$$ $$ = -2\sqrt{3} + 6 = 6 – 2\sqrt{3}$$ Encontramos a matriz adjunta: $$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix}-\sqrt{6} & \sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & \sqrt{2}\end{pmatrix}$$ Dividimos cada elemento da matriz adjunta pelo determinante: $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A)$$ $$A^{-1} = \frac{1}{6 – 2\sqrt{3}} \begin{pmatrix}-\sqrt{6} & \sqrt{3} \\-2\sqrt{3} & \sqrt{2}\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6 + 2\sqrt{3}}{(6 – 2\sqrt{3})(6 + 2\sqrt{3})} \begin{pmatrix}-\sqrt{6} & \sqrt{3} \\-2\sqrt{3} & \sqrt{2}\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{24} \begin{pmatrix}-\sqrt{6} & \sqrt{3} \\-2\sqrt{3} & \sqrt{2}\end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6 + 2\sqrt{3}}{24} (-\sqrt{6}) & \frac{6 + 2\sqrt{3}}{24} (\sqrt{3}) \\ \frac{6 + 2\sqrt{3}}{24} (-2\sqrt{3}) & \frac{6 + 2\sqrt{3}}{24} (\sqrt{2}) \end{pmatrix} $$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-6\sqrt{6} – 2\sqrt{18}}{24} & \frac{6\sqrt{3} + 2\sqrt{9}}{24} \\ \frac{-12\sqrt{3} – 4\sqrt{9}}{24} & \frac{6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{24} \end{pmatrix}$$ $$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-6\sqrt{6} – 6\sqrt{2}}{24} & \frac{6\sqrt{3} + 6}{24} \\ \frac{-12\sqrt{3} – 12}{24} & \frac{6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{24} \end{pmatrix} $$ $$A^{-1}= \begin{pmatrix} \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}& \frac{\sqrt{3}+1}{4} \\ \frac{-\sqrt{3}-1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{12} \end{pmatrix} $$ freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_d2" }); Você completou as perguntas! freestar.config.enabled_slots.push({ placementName: "neurochispas_leaderboard_3", slotId: "neurochispas_leaderboard_3_d3" }); Interessado em aprender mais sobre matrizes? Você pode consultar estas páginas: – Aprenda a calcular a matriz inversa com esta lista de 9 exercícios resolvidos, seja utilizando a matriz adjunta ou o Método de Gauss-Jordan.Uma matriz A, m \times n (lê-se: m por n), é uma tabela de m \cdot n números dispostos em m linhas e n colunas. Desta forma, representamos uma matriz colocando a tabela dentro de parênteses ou de colchetes, ou ladeado a tabela, à esquerda e à direita, por duas barras verticais, do seguinte modo: $$ A = \left[ \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\\ \end{array} \right] .$$Uma matriz A, quadrada de ordem n, diz-se inversível se, e somente se, existir uma matriz B, quadrada de ordem n, tal que: $$A.B=B.A=Id_n.$$ A matriz B é denominada inversa de A e é indicada por A^{-1}.OBSERVAÇÃO: Nenhum matriz nula é inversível;Toda matriz identidade é inversível e igual à sua inversa;Uma matriz é inversível se, e somente se, seu determinante é diferente de zero.Uma matriz quadrada não inversível é chamada de matriz singular.É possível provar que a matriz inversa de uma matriz A , caso exista, é dada por $$ A^{-1} = \frac{1}{\text{det} (A) } \left[ \text{cof} (A) \right]^{T}$$ onde \text{cof} (A) é a matriz formada pelos co-fatores de A . A matriz \left( \text{cof} (A) \right)^{T} é a matriz transposta da matriz dos cofatores, também chamada de matriz adjunta.Outro método para encontrar a matriz inversa de A{n \times n} vem diretamente da definição que nos diz: $$A.A^{-1}=Id_n.$$ O método consiste em reduzir a matriz A à matriz identidade usando operações elementares entre linhas e aplicar a mesma sequência de operações elementares numa matriz identidade, para obter A^{-1} . Este método é chamado de Método de Gauss-Jordan.Assista nossa vídeo-aula sobre as Matrizes Inversas – Inscreva-se no nosso canal do YouTube e tenha aulas gratuitas de matemáticaExercícios Resolvidos Sobre a Matriz Inversa1) Utilize o Método de Gauss-Jordan para encontrar, se possível, a inversa das matrizes abaixo. Quando não for possível encontrar a matriz inversa, justifique.a) A = \left[\begin{array}{cccc} 2& 1 & 1\\ 4 & -6 & 0\\ -2 & 7 & 2 \end{array} \right] ;Solução:Portanto a matriz inversa de A é a matriz A^{-1} = \left[\begin{array}{cccc} \dfrac{3}{4} &- \dfrac{5}{16} & -\dfrac{3}{8}\\ & & \\ \dfrac{1}{2} & -\dfrac{3}{8} & -\dfrac{1}{4} \\& & \\ - 1 & 1 & 1 \end{array} \right] .b) B = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 2 \end{array} \right] ;Solução:Portanto a matriz inversa de B é a matriz B^{-1} = \left[\begin{array}{cccc} \dfrac{2}{3} &- \dfrac{2}{3} & \dfrac{1}{3}\\ & & \\ \dfrac{1}{3} & \dfrac{2}{3} & -\dfrac{1}{3} \\& & \\ - \dfrac{1}{3} & \dfrac{1}{3} & \dfrac{1}{3} \end{array} \right] .c) C = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 6\\ 0 & 1 & 5\\ 2 & 3 & 7 \end{array} \right] ;Solução:O fato da matriz C ser equivalente a uma matriz com uma linha nula nos diz que ela não admite inversa.d) D = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right] ;Solução: Portanto a matriz inversa de D é a matriz D^{-1} = \left[\begin{array}{cccc} -\dfrac{1}{2} &- \dfrac{1}{2} & \dfrac{3}{2}\\ & & \\ 1 & 0 & -1 \\& & \\ - \dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{2} \end{array} \right] .e) E = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 2\\ 0 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 4 \end{array} \right] ;Solução:O fato da matriz E ser equivalente a uma matriz com uma linha nula nos diz que ela não admite inversa.f) F = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1\\ 2 & 1 & 1\\ 3 & -1 & 1 \end{array} \right] ;Solução: Portanto a matriz inversa de F é a matriz F^{-1} = \left[\begin{array}{cccc} \dfrac{1}{4} & 0 & \dfrac{1}{4}\\ & & \\ -\dfrac{3}{8} & \dfrac{1}{2} & -\dfrac{1}{8} \\& & \\ - \dfrac{5}{8} & \dfrac{1}{2} & -\dfrac{1}{8} \end{array} \right] .2) Mostre que o determinante da matriz $$ A = \left[ \begin{array}{cccc} a & b \\ c & d \\ \end{array} \right] $$ é igual $$ \text{det}(A) = ad – \; bc.$$ Em seguida, usando a Matriz Adjunta de A mostre que se \text{det} (A) eq 0 , então $$ A^{-1} = \left[ \begin{array}{cccc} a & b \\ c & d \\ \end{array} \right]^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \left[ \begin{array}{cccc} d & -b \\ -c & a \\ \end{array} \right].$$Solução: Observe que os cofatores de $$ A = \left[ \begin{array}{cccc} a & b \\ c & d \\ \end{array} \right] $$ são todos dados por $$ A_{11} = d, \qquad A_{12} = -c, \qquad A_{21} = -b, \qquad A_{22} = a.$$ Usando a fórmula do determinante da matriz de ordem 2, sabemos que $$ \text{det}(A) = ad – \; bc.$$ Assim, como a matriz inversa de A é dada pela fórmula $$ A^{-1} = \frac{1}{ \text{det}(A) } \left[ \text{cof}(A) \right]^{T}$$ então, podemos ver que $$ A^{-1} = \left[ \begin{array}{cccc} a & b \\ c & d \\ \end{array} \right]^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \left[ \begin{array}{cccc} d & -b \\ -c & a \\ \end{array} \right].$$3) Explique porque a matriz $$ A = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ \end{array} \right] $$ não admite inversa.Solução: Como $$ \text{det}(A) = 0,$$ pois esta matriz tem duas linhas iguais, então podemos afirmar que esta é uma matriz singular, ou seja, não admite inversa.4) Prove que dadas duas matrizes de mesma ordem, A e B , então \left( A.B \right)^{-1} = B^{-1} A^{-1} Solução: Para mostrar que B^{-1} A^{-1} é a matriz inversa de A.B , nós multiplicamos as duas matrizes e aplicanos a propriedade associativa: $$ \left( A.B \right) . \left( B^{-1} A^{-1} \right) = A . B . B^{-1} . A^{-1} = A . Id . A^{-1} = A . A^{-1} = Id.$$ $$ \left( B^{-1} A^{-1} \right) . \left( A.B \right) = B^{-1} . A^{-1} . A . B . = B^{-1} . Id . B = B^{-1} . B = Id.$$ Portanto, pela definição de matriz inversa podemos afirmar que B^{-1} A^{-1} é a matriz inversa de A.B .5) Uma matriz quadrada se diz ortogonal se é inversível e sua inversa é igual à sua transposta. Matematicamente, A é ortogonal se A^{-1} = A^{T} . Determine, se possível, x,y \in \mathbb{R} tal que a matriz $$ A = \left[ \begin{array}{cccc} \sqrt{2} & x \\ y & \sqrt{2} \\ \end{array} \right]$$ seja ortogonal . Por fim, prove que o produto de duas matrizes ortogonais é ortogonal.Solução: Suponha que a matriz $$ A = \left[ \begin{array}{cccc} \sqrt{2} & x \\ y & \sqrt{2} \\ \end{array} \right]$$ seja ortogonal. Logo, A^{-1} = A^{T} e aplicando a definição de função inversa teremos que $$ A \times A^{-1} = A \times A^{T} = ID_{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{cccc} \sqrt{2} & x \\ y & \sqrt{2} \\ \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{cccc} \sqrt{2} & y \\ x & \sqrt{2} \\ \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \end{array} \right] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{cccc} x^2 + 2 & \sqrt{2} y + \sqrt{2} x \\ \sqrt{2} y + \sqrt{2} x & y^2 +2 \\ \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \end{array} \right]$$ o que nos leva ao conjunto de equações $$ x^2 + 2 = 1 \Rightarrow x^2 = -1\\ \sqrt{2} y + \sqrt{2} x = 0 \\ y^2+2 = 1 \Rightarrow y^2 = -1.$$ Como não existem números reais que elevados ao quadrado resultem em um número negativo, não existem x,y \in \mathbb{R} tais que a matriz A seja ortogonal!Agora, para provar que o produto de duas matrizes ortogonais é ortogonal vamos considerar duas matrizes ortogonais A e B , de ordem n . Sendo A e B inversíveis, já vimos no exercício anterior que o produto A.B também é inversível e que \left( A.B \right)^{-1} = B^{-1} A^{-1} . Daí, e lembrando que \left( A.B \right)^{T} = B^{T} A^{T} podemos concluir que $$ \left( A.B \right)^{-1} = B^{-1} A^{-1} = B^{T} A^{T} = \left( A.B \right)^{T}.$$Apoie nosso trabalho fazendo um pix de qualquer valor: Chave Pix: 067136466976) Determine a \in \mathbb{R} para que a matriz real A = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 1 & 2 & a \end{array} \right] seja inversível.Solução: Usando a Regra de Sarrus, podemos ver que $$ \text{det}(A) = 1-a.$$ Logo, para que esta matriz seja inversível, basta que este determinante seja diferente de zero, ou seja, que $$ a eq 1. $$7) Mostre que, se uma matriz é inversível, então \text{det} (A) eq 0 .Solução: Se a matriz A é inversível então A \times A^{-1} = Id . Pela propriedade de determinantes temos que $$ \text{det} (A \times A^{-1}) = \text{det} (Id) \Leftrightarrow \text{det} (A) \text{det} ( A^{-1}) = 1 .$$ Portanto, $$ \text{det} (A) eq 0 \qquad \text{e} \qquad \text{det} (A^{-1}) eq 0,$$ e, além disso, teremos que $$ \text{det} ( A^{-1}) = \frac{1}{\text{det} ( A)}.$$8) Usando a Matriz Adjunta, calcule a inversa da matriz A = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 4\\ 0 & 2 & 1\\ 3 & 1 & 2 \end{array} \right] .Solução: Usando regra de Sarrus encontramos que \text{det}(A) = \left|\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 4\\ 0 & 2 & 1\\ 3 & 1 & 2 \end{array} \right| = -15 , logo esta matriz admite inversa. Sua matriz de cofatores sera dada por \text{cof}(A) = \left[\begin{array}{cccc} 3 & 0 & -6\\ 0 & -10 & 5\\ -6 & -1 & 2 \end{array} \right] . Desta forma, a matriz adjunta de A será dada por $$ \left[ \text{cof}(A) \right]^{T} = \left[\begin{array}{cccc} 3 & 0 & -6\\ 0 & -10 & -1\\ -6 & 5 & 2 \end{array} \right] .$$ Portanto, $$A^{-1} = \frac{1}{\text{det}(A)} = \left[ \text{cof}(A) \right]^{T} = -\frac{1}{15} \left[\begin{array}{cccc} 3 & 0 & -6\\ 0 & -10 & -1\\ -6 & 5 & 2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cccc} \frac{-1}{5} & 0 & \frac{2}{5 }\\ \frac{-1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{15}\\ \frac{2}{5} & \frac{-1}{3} & \frac{-2}{15} \end{array} \right].$$9) Mostre que \left( A^{-1} \right)^{T} = \left( A^{T} \right)^{-1} Solução: Da definição de matriz inversa temos que A \times A^{-1} = Id_{n} . Assim, pela propriedade da transposta da matriz produto, temos que $$ \left( A \times A^{-1} \right)^{T} = Id_{n}^{T} \Rightarrow \left( A^{-1} \right)^{T} \times A^{T} = Id_{n}.$$ Portanto, pela definição de matriz Inversa, a matriz \left( A^{-1} \right)^{T} é a inversa de A^{T} , e, por isso, podemos escrever que \left( A^{-1} \right)^{T} = \left( A^{T} \right)^{-1} .Livro referência desta lista de exercícios sobre os Matrizes Inversas: “Álgebra linear”, de Alfredo Steinbruch e Paulo Winterle.Mais Listas de Exercícios sobre MatrizesLeia Mais sobre Matrizes: Respostas Resposta Questão 1 Alternativa B Dada a matriz A, para encontrar a inversa da matriz, vamos resolver a equação: A · A-1 = I Montando o primeiro sistema e analisando a primeira coluna, temos que: Isolando a11 na equação II, temos que: a11 = -3a21 Substituindo em I: a11 + 2a21 = 1 – 3a21 + 2a21 = 1 – a21 = 1 (-1) a21 = -1 Tendo o valor de a21, é possível encontrar o valor de a11: a11 = -3a21 a11 = -3 (-1) a11 = 3 Agora vamos analisar a segunda coluna para montar o segundo sistema: Isolando a12 em III, temos: a12 = -2a22 Substituindo em IV: a12 + 3a22 =1 – 2a22 + 3a22 = 1 a22 = 1 Conhecendo o valor de a22, encontraremos o valor de a12: a12 = -2 a22 a12 = -2 · 1 a12 = -2 Representando a matriz inversa, temos: Resposta Questão 2 Alternativa D Como B é a inversa de A, então, montando a equação, temos que: Agora podemos escolher uma equação com x, para encontrar o valor de x, e uma equação com y, para encontrar o valor de y. Escolhendo o termo que está na segunda linha, primeira coluna, temos que: Para encontrar o valor de y, utilizaremos o termo da segunda coluna, primeira linha: Resposta Questão 3 Alternativa B Para verificar se a matriz admite inversa, basta calcular o determinante da matriz, caso ele seja 0, a matriz não é inversível: Det(A) = 2 · 2 · 1 + 0 · 1 · 3 + 1 · 1 · 2 – (1 · 2 · 3 + 2 · 1 · 2 + 0 · 1 ·1) Det(A) = 4 + 0 + 2 – (6 + 4) Det(A) = 6 – 10 Det(A) = -4 Como o determinante da matriz é diferente de 0, a matriz é inversível. Resposta Questão 4 Alternativa D Montando a equação matricial, sabendo que M · M-1 = In: Pela terceira coluna, temos que: x + 1 = 0 x = -1 Conhecendo o valor de x, basta escolher qualquer uma das outras equações da terceira coluna para encontrar o valor de y. 3x + 1 + y = 0 3 (-1) + 1 + y = 0 – 3 + 1 + y = 0 – 2 + y =0 y = 2 Então: x + y = – 1 + 2 = 1 Resposta Questão 5 Alternativa C Para que a matriz não seja inversível, seu determinante tem que de ser igual a zero: det(B) = 3x – 6 · 1 det(B) = 3x – 6 3x – 6 = 0 3x = 6 x = 6/3 x = 2 Resposta Questão 6 Alternativa D I → Verdadeira, pois, se det(A) for diferente de zero, a matriz admite inversa. II → Verdadeira, pois In · In = In. III → Falsa, para que uma matriz admita inversa, ela precisa ser uma matriz quadrada, ou seja, ter o mesmo número de linhas e colunas. Resposta Questão 7 Alternativa B Calculando o determinante da matriz, temos que: det(A) = cosx · 1 · cosx + 0 · 0 · senx + (-senx) · 0 · 0 – [ – senx · 1 · senx + cosx · 0 · 0 + 0 · 0 · cosx] det(A) = cos²x + 0 + 0 – [– sen²x + 0 + 0] det(A) = cos²x – [-sen²x] det(A) = cos²x + sen²x Pelo teorema fundamental da trigonometria, cos²x + sen²x = 1 para todo valor de x, ou seja: det(A) = 1 Como ele é diferente de 0, então a matriz é inversível para qualquer valor de x. Resposta Questão 8 Alternativa E Montando a equação e igualando os termos da matriz, temos que: Então: x – y = 3 – (-5) = 